Name ______________________

Matr.Nr. ______________________

M-WInf/10-97/0002
9. Oktober 1997

Gesamt

Note

1. Diplomprüfung Wirtschaftsinformatik
Prüfungsteil Mathematik

1. Sei

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \\ -1 & 2 & 5 \end{bmatrix}.$$

a) Man berechne die allgemeine Lösung des homogenen Systems $Ax = o$ und bestimme den Rang von A.

b) Man berechne $\det A$; ist A invertierbar? (Begründung!)

c) Angenommen, das inhomogene System $Ax = b$ ist für einen Vektor $b \in \mathbb{R}^3$ lösbar. Wie groß ist der Rang von $(A|b)$?

(6 Punkte)

2. Die Vektoren $v = [1,2,3]^t$ und $w = [3,2,1]^t$ seien gegeben. Man bestimme den Cosinus des von v und w eingeschlossenen Winkels und die Menge M aller $x \in \mathbb{R}^3$, die zu v **und** zu w orthogonal sind. Man begründe, warum M ein linearer Teilraum ist und bestimme dessen Dimension. (6 Punkte)

3. Man betrachte die Funktionen

$$f(x,y) = \begin{bmatrix} x^3 - y^3 + x \\ x^2y + y^3 \end{bmatrix} \quad \text{sowie} \quad g(u) = \begin{bmatrix} \sin u \\ 1+u \end{bmatrix}.$$

Welche der vier Funktionen f^{-1}, g^{-1}, $f \circ g$ und $g \circ f$ sind sinnvoll? Man berechne $f(1,0)$ und $g(0)$ sowie gegebenenfalls die Ableitungsmatrizen $Df^{-1}(2,0)$, $Dg^{-1}(1,2)$, $D(f \circ g)(0)$ bzw. $D(g \circ f)(1,0)$.

(8 Punkte)

4. Eine zweimal stetig differenzierbare Funktion $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ habe an der Stelle $x_o = [1,0,1]^t$ den Wert $f(x_o) = 3$, den Gradienten $\nabla f(x_o) = [0,0,0]^t$ und die HESSE-Matrix

$$D^2 f(x_o) = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ ? & -3 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}.$$

a) Man ergänze $D^2 f(x_o)$.

b) Man bilde die TAYLOR-Entwicklung von f an der Stelle x_o bis zur zweiten Ordnung und nähere damit den Wert $f(x)$ für $x = [\frac{9}{10}, \frac{1}{10}, 1]^t$ an.

c) Hat f bei x_o ein lokales Minimum oder Maximum ? (Begründung!)

(10 Punkte)