Name ______________________________ M-WInf/05-98/0023

Matr.Nr. ______________________________ 20. Mai 1998

Gesamt ☐

Note ☐

1. Diplomprüfung Wirtschaftsinformatik
Prüfungsteil Mathematik

1. a) Was ist der Rang einer Matrix und wozu benötigt man ihn ?

   b) Ein lineares Gleichungssystem der Form $Ax = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ habe die Lösungen $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ und $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$. Wie groß ist der Rang der zugehörigen Koeffizientenmatrix A ? Wie groß der der erweiterten Koeffizientenmatrix $(A\,|\,b)$? (Begründung !)

(7 Punkte)

2. Die Vektoren $v = [-1, 1, 3, 1]^t$ und $w = [3, 2, 0, 2]^t$ seien gegeben. Man bestimme den Cosinus des von v und w eingeschlossenen Winkels und die Menge M aller $x \in \mathbb{R}^4$, die zu v **und** zu w orthogonal sind. Man begründe, warum M ein linearer Teilraum ist und bestimme dessen Dimension. **(6 Punkte)**

3. Ist die folgende Funktion $F : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ am Punkt $(x, y) = (1, 0)$ lokal invertierbar ?

$$F(x, y) = \begin{bmatrix} x^3 + y^3 \\ x^4 - 2xy + y^3 \end{bmatrix}$$

Falls das möglich ist, berechne man die Ableitungsmatrix der Umkehrfunktion F^{-1} am entsprechenden Punkt (welcher ist das?). **(8 Punkte)**

4. Eine zweimal stetig differenzierbare Funktion $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ habe an der Stelle $x_o = [1, 0, 1]^t$ den Wert $f(x_o) = 2$, den Gradienten $\nabla f(x_o) = [0, 0, 0]^t$ und die HESSE-Matrix

$$D^2 f(x_o) = \begin{bmatrix} -2 & ? & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}.$$

   a) Man ergänze $D^2 f(x_o)$.

   b) Man bilde die TAYLOR-Entwicklung von f an der Stelle x_o bis zur zweiten Ordnung und nähere damit den Wert $f(x)$ für $x = [1, \frac{1}{10}, \frac{9}{10}]^t$ an.

   c) Hat f bei x_o ein lokales Minimum oder Maximum ? (Begründung!)

(9 Punkte)