Name _____

Matr.Nr. _____

M-WInf/07-98/0005
1. Juli 1998

Gesamt ☐

Note ☐

1. Diplomprüfung Wirtschaftsinformatik
Prüfungsteil Mathematik

1. Sei

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & -2 \\ 2 & 0 & -2 \\ 1 & 3 & 2 \end{bmatrix}$$

   a) Man bestimme den Rang von A; was ist (allgemein) der Rang einer Matrix ?

   b) Man überprüfe, ob die allgemeine Lösung des homogenen Gleichungssystems $Ax = o$ gegeben ist durch $\lambda[1, -1, 1]^t$, $\lambda \in \mathbb{R}$.

   c) Welche Möglichkeiten gibt es für die Lösungsmenge eines inhomogenen Gleichungssystems $Ax = b$ ($b \in \mathbb{R}^4$) für <u>diese</u> Matrix A ? (Begründung!)

   d) Sei speziell $b = [2, 1, 0, 3]^t$; man ermittle oder errate <u>eine</u> Lösung von $Ax = b$ (Probe!) und bestimme dadurch und mittels b) <u>alle</u> Lösungen von $Ax = b$. **(7 Punkte)**

2. Eine symmetrische 2×2-Matrix A habe den Eigenvektor $\begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$ zum Eigenwert $\lambda_1 = -5$. Man finde einen Eigenvektor zum anderen Eigenwert λ_2 von A und bilde eine Orthonormalbasis aus Eigenvektoren von A. Kann die quadratische Form $x^t A x$ positiv sein für alle $x \neq o$? Warum (nicht) ? **(7 Punkte)**

3. Sie wollen mittels Ihres Hi-Tech Taschenrechners gerade den Funktionswert $f(0.39)$ berechnen, als dieser seinen Geist aufgibt. Alles, woran Sie sich erinnern können, sind folgende Informationen: $f(0.4) = 1$, $f'(0.4) = 0$, $f''(0.4) = -2$ und (auf dem Graphik-Display ersichtlich gewesen) $0 \leq f'''(x) \leq 0.3$. Ermitteln Sie daraus einen Näherungswert für $f(0.39)$ und schätzen Sie den Fehler ab! Erwarten Sie, daß $f(0.39) > f(0.4)$ oder daß $f(0.39) < f(0.4)$ ist ? Warum ? **(6 Punkte)**

4. Man berechne $\displaystyle\int_0^{\sqrt[3]{e-1}} \frac{x^2}{1+x^3}\, dx$. **(4 Punkte)**

5. Man betrachte die Funktionen

$$f(x,y) = \begin{bmatrix} x^3 - y^3 + x \\ x^2 y + y^3 \end{bmatrix} \quad \text{sowie} \quad g(u) = \begin{bmatrix} \sin u \\ 1 + u \end{bmatrix} .$$

   Welche der vier Funktionen f^{-1}, g^{-1}, $f \circ g$ und $g \circ f$, könnten sinnvoll sein? Man berechne $f(1,0)$ und $g(0)$ sowie gegebenenfalls die Ableitungsmatrizen $Df^{-1}(2,0)$, $Dg^{-1}(1,2)$, $D(f \circ g)(0)$ bzw. $D(g \circ f)(1,0)$. **(6 Punkte)**