

Name _____

M-WInf/10-98/0066

13. Oktober 1998

Matr.Nr. _____

Gesamt				
Note				

1. Diplomprüfung Wirtschaftsinformatik Prüfungsteil Mathematik

1. Welche der folgenden Aussagen sind richtig (Begründung !), welche falsch (Gegenbeispiel !):
- a) eine Basis besteht aus linear unabhängigen Vektoren;
 - b) die Spalten einer regulären quadratischen Matrix bilden eine Basis;
 - c) eine quadratische Matrix ist regulär, wenn alle ihre Eintragungen ungleich Null sind;
 - d) für eine $n \times n$ -Matrix A gilt $\det(-A) = -\det A$;
 - e) für $n \times n$ -Matrizen A und B gilt $\det(AB) = \det A \det B$;
 - f) wenn für zwei $n \times n$ -Matrizen A und B das Produkt $AB = I_n$ die $n \times n$ -Identitätsmatrix ist, so ist A regulär und $B = A^{-1}$;
 - g) eine $n \times n$ -Matrix A ist genau dann positiv definit, wenn die Determinanten aller führenden Teilmatrizen (links oben beginnend) positiv sind;
 - h) eine $n \times n$ -Matrix A ist genau dann negativ definit, wenn die Determinanten aller führenden Teilmatrizen (links oben beginnend) negativ sind. (8 Punkte)
2. Eine symmetrische 3×3 -Matrix habe den Eigenvektor $[0, 0, 1]^t$ zum Eigenwert $\lambda_1 = 0$, den Eigenvektor $b = [2, 1, 0]^t$ zum Eigenwert $\lambda_2 = 1$ und eine negative Spur. Man finde einen Eigenvektor zum dritten Eigenwert λ_3 von A und bilde eine Orthonormalbasis aus Eigenvektoren von A . (5 Punkte)
3. Man berechne $\int_1^{+\infty} \frac{2x}{1+x^4} dx$. (4 Punkte)
4. a) Wann heißt eine Funktion $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ konvex?
b) Ist $f(x) = x \log x$ auf $A = (0, +\infty)$ konvex? (6 Punkte)
5. Von Input x und Output y eines Systems weiß man, daß sie stets folgender Beziehung genügen:

$$F(x, y) = 2x^4 + 3y^3 + 5xy = 10.$$

Weiters beobachtet man zu einem Zeitpunkt, daß $x = 1$ und $y = 1$ sind. Nun möchte man wissen, was bei einer kleinen Verringerung des Inputs x , etwa auf 0.999, in erster Näherung mit y passiert, also die Ableitung $y'(x)$ der Funktion $y(x)$ nach x bei $x = 1$ bestimmen. Wie geht das und was ist das Ergebnis? (7 Punkte)