Test 2/3: UE Mathematik für WInf

Gruppe Y

Antwortbogen

CCMWinf/131299/0001

Datum: Mo, 13-Dezember-1999

Matrikelnummer
Familienname
Vorname

Erreichte Punktezahl ☐

1.	(a) ☐	(b) ☐	(c) ☐	(d) ☐	(e) ☐
2.	(a) ☐	(b) ☐	(c) ☐	(d) ☐	(e) ☐
3.	(a) ☐	(b) ☐	(c) ☐	(d) ☐	(e) ☐
4.	(a) ☐	(b) ☐	(c) ☐	(d) ☐	(e) ☐
5.	(a) ☐	(b) ☐	(c) ☐	(d) ☐	(e) ☐

Beachte! Es können jeweils 0–5 der Unterpunkte (a)–(e) richtig sein, d.h., alle richtigen müssen angekreuzt werden, um die entsprechende Aufgabe vollständig zu lösen!

Die Antworten auf die im Test gestellten Fragen sind jeweils durch Ankreuzen der rechts von der Beispielnummer stehenden Box zu kennzeichnen ($\boxed{\text{x}}$).

Wurde versehentlich ein Kreuz gemacht, so kann dieses durch 2 parallele Striche durchgestrichen werden ($\boxed{\cancel{\text{x}}}$). Es wird dann als nicht angekreuzt gewertet.

Bewertung: Pro Beispiel werden maximal 6 Punkte vergeben. Pro falscher Antwort (Kreuz an falscher Stelle oder fehlendes Kreuz) werden 3 Punkte abgezogen.

Viel Erfolg

1. Welche der Aussagen über die folgenden Abbildungen f, g, h stimmen?

$$f\left(\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} x_1 + x_3 \\ 2x_1 + 2x_3 - x_2 \\ x_2 + x_3 \end{pmatrix} \quad g\left(\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} x_1 - x_2 + x_3 \\ x_2 + 2x_3 \end{pmatrix} \quad h\left(\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 - x_1 \\ x_1 + 2x_2 \end{pmatrix}$$

   (a) $f \circ f \circ g$ ist eine Abbildung von $\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$.
   NEIN, geht nicht

   (b) $(f \circ h)\left(\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 3 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$

   NEIN, $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 3 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$

   (c) $(h \circ f)\left(\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} 4 & 15 \\ 3 & 15 \\ 5 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$
   NEIN, geht nicht

   (d) Die Umkehrabbildung (Inverse) von f ist $f^{-1}\left(\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} 3 & -1 & -1 \\ 2 & -1 & 0 \\ -2 & 1 & 1 \end{pmatrix} \left(\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}\right)$.

   JA

   (e) $(g \circ h)\left(\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}\right)$ und $(h \circ g)\left(\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}\right)$ sind beides lineare Abbildungen.

   JA, $h = g^t$, $(g \circ h)\left(\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$, $(h \circ g)\left(\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$

2. Welche der folgenden Matrizen sind invertierbar und regulär?

   (a) $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 6 & 1 \\ -1 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 7 & 1 \end{pmatrix}$
   NEIN

   (b) $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 3 & 0 \\ 1 & -2 & 4 & 0 \\ 7 & 8 & 9 & 1 \end{pmatrix}$
   JA

   (c) $\begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
   JA

   (d) $\begin{pmatrix} 3 & 4 & 0 & 0 \\ 3 & 6 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
   NEIN

(e) $\begin{pmatrix} 6 & -2 & -3 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 1 & 0 \\ 17 & 24 & 58 & 1 \end{pmatrix}$
JA

3. Welche Aussagen stimmen für die gegebenen Matrizen A, B und C?

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 3 & -1 & -1 \\ 2 & -1 & 0 \\ -2 & 1 & 1 \end{pmatrix} \qquad C = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

(a) $A^{-1} = B$
JA

(b) $AC = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$
NEIN

(c) CA existiert
JA, $\begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

(d) BA existiert
JA, $BA = I$

(e) $CC^t = 5$
JA

4. Welche der folgenden Abbildungen sind linear?

(a) $f(\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$
JA

(b) $g(\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}) = \begin{pmatrix} x_2 \\ x_1 - 2x_2 \\ x_2 + 1 \end{pmatrix}$
NEIN

(c) $f(\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}) = \begin{pmatrix} 3a - 4b \\ (a+b)(a-b) \\ a + 2ab + b \end{pmatrix}$
NEIN

(d) $g(\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix}) = (\alpha - 2\beta + \gamma)$
JA

(e) $h(\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$
Nein

5. Welche der folgenden Paare von Matrizen und Abbildungen repräsentieren dieselbe lineare Abbildung ?

(a) $A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$, $f_1(\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}) = \begin{pmatrix} x_1 + 2x_2 \\ 0 \\ x_1 + x_3 + 3x_2 \end{pmatrix}$

JA

(b) $A_2 = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $f_2(\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}) = \begin{pmatrix} x_1 - x_2 \\ x_2 - x_1 \\ 1 \end{pmatrix}$

NEIN

(c) $f_3(\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}) = 1$, $A_3 = \begin{pmatrix} 1 \end{pmatrix}$

NEIN

(d) $f_4(\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}) = \begin{pmatrix} x_1 - x_2 \\ 3x_2 - x_1 + 4x_3 \end{pmatrix}$, $A_4 = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 3 & -1 & 4 \end{pmatrix}$

NEIN

(e) $A_5 = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$, $f_5(\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}) = \begin{pmatrix} x_3 - 2x_2 - x_1 \\ x_3 - x_2 + 2x_1 \end{pmatrix}$

JA