

**1. Diplomprüfung für Volkswirte
aus Mathematik, Statistik und Datenverarbeitung**

Prüfungsteil Mathematik
25.3.1997

A) Prüfungsteil Lineare Algebra

1.) Gegeben seien die folgende Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

- a) Man bestimme den Rang der Matrix A . (5)
- b) Kann das lineare Gleichungssystem $A\vec{x} = \vec{b}$, \vec{b} beliebig, eine eindeutige Lösung haben?
? (3)

2.) Gegeben sei die folgende Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Man bestimme die inverse Matrix. (7)

3.) Gegeben sei die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & -4 \\ 5 & 2 & 6 \end{pmatrix}$$

- a) Man bestimme die Matrix $D = A^t A$. Welche Eigenschaft besitzt D ? (6)
- b) Man zeige nach einem beliebigen Kriterium, daß D positiv definit ist. (6)
- 4.) Man bestimme die Determinante der Matrix (7)

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 3 \\ 2 & 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}.$$

5.) Für welche Werte von α und β sind die Vektoren

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \alpha \\ 3 \\ \beta \end{pmatrix}$$

orthogonal?

(6)

B) Prüfungsteil Analysis

6.) Man bestimme die folgenden Grenzwerte:

a) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\cos x}{x - \pi};$

(4)

b) $\lim_{x \rightarrow \infty} x^2 e^{-2x+3}.$

(4)

7.) Man zeige, daß die Funktion

$$f(x) = \sqrt{3x + 1}$$

konkav ist.

(8)

8.) Man bestimme die Taylorreihe bis zur Ordnung 4 von

$$f(x) = \ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right) = \ln(1+x) - \ln(1-x).$$

(8)

9.) Gegeben sei die implizite Funktion

$$f(x_1, x_2, y) = x_1^a \cdot x_2^b \cdot y^2 - 5 = 0.$$

Man bestimme nach dem Hauptsatz über implizite Funktionen die partiellen Ableitungen nach y . Für welche Stellen (x_1, x_2, y) ist die Formel gültig?

(8)

10.) Man diskutiere die Funktion

$$f(x) = \frac{x(x+4)}{x-2}.$$

Insbesondere gebe man Nullstellen, Extremwerte und Wendepunkte an.

(8)