

**1. Diplomprüfung für Volkswirte  
aus Mathematik, Statistik und Datenverarbeitung**

**Prüfungsteil Mathematik  
20.5.1998**

**A) Prüfungsteil Lineare Algebra**

1.) Gegeben sei die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{pmatrix}.$$

a) Man bestimme den Rang von  $A$ . (4)

b) Man bestimme die Dimension der Lösungsmenge des zu dieser Matrix gehörenden homogenen Gleichungssystems  $A\vec{x} = \vec{0}$ . (3)

c) Man bestimme die Länge der Spaltenvektoren von  $A$  und die Winkel zwischen diesen Vektoren. (3)

2.) Gegeben sei die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

Man bestimme die zu  $A$  inverse Matrix. (10)

3. Gegeben ist die quadratische Form

$$2x_1^2 + 2x_2^2 + 9x_3^2 + 2\alpha x_1 x_2 + 6x_1 x_3$$

Für welche Werte von  $\alpha$  ist die quadratische Form positiv definit? (10)

4.) Gegeben sei die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} a & 2 \\ 2 & b \end{pmatrix}.$$

Die Eigenwerte von  $A$  sind durch  $\lambda_1 = 10$  und  $\lambda_2 = 15$  gegeben.

a) Man berechne  $a$  und  $b$ . (7)

c) Welche Eigenschaft zeichnet die Eigenvektoren zu verschiedenen Eigenwerten bei einer symmetrischen Matrix aus? (3)

## B) Prüfungsteil Analysis

5.) Man löse die folgenden Ungleichung

$$\frac{|x+2|}{|4x-3|} \leq 4.$$

(6)

6.) Man bestimme die folgenden Grenzwerte

a)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^x - 1}{\log x};$

(3)

b)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{x^2}.$

(3)

7.) Man bestimme den Gradientenvektor und die Matrix der zweiten partiellen Ableitungen der Funktion

$$f(x, y, z) = xy + z^2.$$

(8)

8.) Man diskutiere die Funktion  $f(x) = \frac{e^x}{1+e^x}$  (Nullstellen, Extremwerte, Wendepunkte, Monotonieintervalle).

(10)

9. Man bestimme mit der Methode der Lagrange'schen Multiplikatoren das Maximum der Funktion

$$f(x_1, x_2, x_3) = x_1 + 6x_2 + 2x_3 \text{ unter der Nebenbedingung } x_1^2 + 3x_2^2 + x_3^2 - 1 = 0.$$

(10)